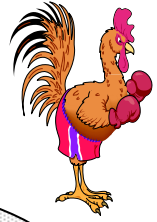


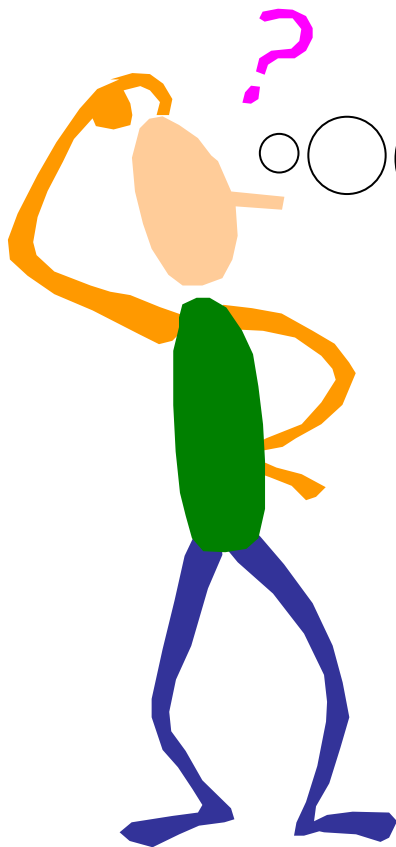
ÉQUATIONS

Les maths III



MISE EN ÉQUATION ET RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME

Utilisation des équations du 1^{er} degré à une inconnue



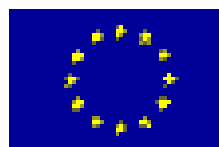
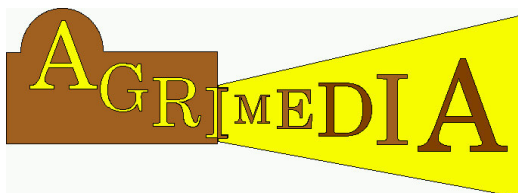
$$3x + 5 = 11$$

$$4 - 2z = 1$$

$$x + 4 = 0$$

$$-5 + 3x = 4$$

*Mais qui sont ces
inconnues ?*



Dossier n°2
Juin 2005

Conçu et réalisé par :
Marie-Christine LIEFOGHE
Bruno VANBAELINGHEM
Annie VANDERSTRAELE

C. D. R. AGRIMÉDIA	ÉQUATIONS Mise en équation et résolution d'un problème <i>Utilisation des équations du 1^{er} degré à une inconnue</i>	Apprentissage
-----------------------	--	---------------

Objectifs :

- Résoudre un problème par sa mise en équation
- Utiliser des équations du 1^{er} degré à une inconnue

Contenu :

- Les différentes étapes de la mise en équation d'un problème
- Exercices résolus
- Exercices avec corrections

Pré-requis :

- Savoir résoudre les équations du 1^{er} degré à une inconnue

Mise en équation et résolution d'un problème

Parfois, la mise en équation d'un problème permet de le résoudre plus facilement. Quatre étapes permettent de bien organiser cette résolution d'un problème :

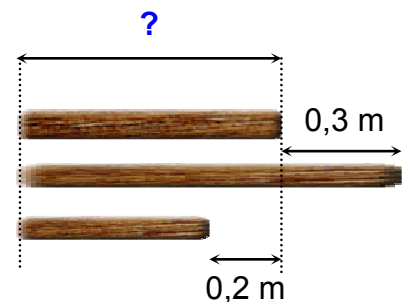
- ⊗ 1^{ère} étape : choix de l'inconnue
- ⊗ 2^{ème} étape : mise en équation du problème
- ⊗ 3^{ème} étape : résolution de l'équation
- ⊗ 4^{ème} étape : vérification des résultats

Découvrons ces étapes dans un premier exemple :

Trois bâtons mesurent ensemble 2,5 mètres :

- le deuxième mesure 0,3 m de plus que le premier,
- le troisième mesure 0,2 m de moins que le premier.

Quelle est la longueur de chaque bâton ?



① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

Les longueurs du deuxième et du troisième bâton s'expriment en fonction de la longueur du premier bâton.

Nous choisirons donc la **longueur du premier bâton** comme **inconnue**.

On notera **x** cette **inconnue**.

Soit **x** la **longueur du premier bâton** (en mètres)

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

Si la **longueur du premier bâton** s'écrit **x**
alors : la longueur du deuxième bâton s'écrit **$x + 0,3$**
et : la longueur du troisième bâton s'écrit **$x - 0,2$**

La longueur totale des trois bâtons s'écrit :

$$\underbrace{x}_{1^{\text{er}} \text{ bâton}} + \underbrace{x + 0,3}_{2^{\text{ème}} \text{ bâton}} + \underbrace{x - 0,2}_{3^{\text{ème}} \text{ bâton}} = \underbrace{2,5}_{\text{longueur totale}}$$

③ 3^{ème} étape : RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION

Reprenons l'équation précédente :

$$x + x + 0,3 + x - 0,2 = 2,5$$

Réolvons cette équation :

$$\begin{aligned}x + x + x + 0,3 - 0,2 &= 2,5 \\3x + 0,1 &= 2,5 \\3x &= 2,5 - 0,1 \\3x &= 2,4 \\x &= \frac{2,4}{3}\end{aligned}$$

$$x = 0,8$$

La longueur du premier bâton est 0,8 mètre
La longueur du deuxième bâton est donc $0,8 + 0,3$ soit 1,1 mètre
La longueur du troisième bâton est donc $0,8 - 0,2$ soit 0,6 mètre

④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

Vérifions si ces résultats correspondent au problème posé.

La longueur totale des trois bâtons est-elle égale à 2,5 mètres ?

$$0,8 + 1,1 + 0,6 = 2,5$$

L'énoncé est vérifié.

Les réponses au problème sont donc :

- la longueur du premier bâton est 0,8 mètre
- la longueur du deuxième bâton est 1,1 mètre
- la longueur du troisième bâton est 0,6 mètre

Très bien !
Passons à la suite !!



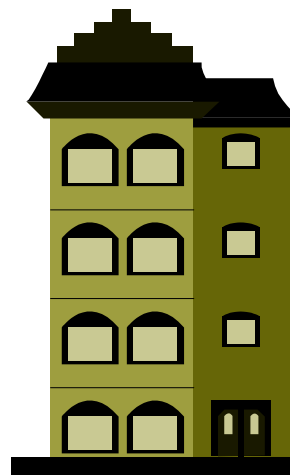
Deuxième exemple :

Un immeuble de 4 étages (ou 4 niveaux)
mesure 17,6 mètres de haut.

La hauteur du toit est 1,5 fois celle d'un étage.

Quelle est la hauteur d'un étage?

17,6 m



① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

L'immeuble est composé de 4 niveaux et d'un toit.

On peut exprimer la hauteur du toit en fonction de celle d'un étage.

On choisira donc comme inconnue la hauteur d'un étage.

On notera h cette inconnue.

Soit h la hauteur d'un étage (en mètres)

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

Si la hauteur d'un étage s'écrit h

alors : la hauteur des 4 étages s'écrit $4h$

et : la hauteur du toit s'écrit $1,5h$

La hauteur totale de l'immeuble s'écrit :

$$\underbrace{4h}_{\text{4 étages}} + \underbrace{1,5h}_{\text{toit}} = \underbrace{17,6}_{\text{hauteur totale}}$$

③ 3^{ème} étape : RÉOLUTION DE L'ÉQUATION

$$\begin{aligned} 4h + 1,5h &= 17,6 \\ 5,5h &= 17,6 \\ h &= \frac{17,6}{5,5} \end{aligned}$$

$$h = 3,2$$

La hauteur d'un étage est 3,2 mètres

④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

Vérifions si ces résultats correspondent au problème posé.

L'immeuble mesure-t-il 17,6 mètres de haut ?

4 étages + le toit = hauteur de l'immeuble

4 x 3,2 + 1,5 x 3,2 = ?

12,8 + 4,8 = 17,6

L'immeuble mesure bien 17,6 mètres de haut.

La réponse au problème est donc :

La hauteur d'un étage est 3,2 mètres.

Résumons la méthode de résolution d'un problème par une mise en équation :

① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

La lecture attentive de l'énoncé du problème et de la question posée permet de choisir l'inconnue. On note souvent cette inconnue x , mais on peut utiliser n'importe quelle autre lettre.

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

On exprime les données du problème en fonction de l'inconnue choisie.
On obtient ainsi une équation.

③ 3^{ème} étape : RÉOLUTION DE L'ÉQUATION

On résout cette équation.

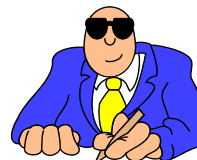
④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

On reporte les résultats trouvés dans l'énoncé et on vérifie leur validité.
Si la vérification est confirmée, on rédige clairement la réponse au problème.

Très bien !
Passons à la suite !!



Maintenant à vous !



EXERCICES

Exercice 1 :

Pour la rentrée scolaire, Blandine achète 6 classeurs et un livre. Elle paie au total 27,60 €. Sachant que le prix du livre est 12 €, quel est le prix d'un classeur ?

① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

...

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

...

③ 3^{ème} étape : RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION

...

④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

...

Réponse :

Voir réponse page suivante

RÉPONSE

Exercice 1 :

Pour la rentrée scolaire, Blandine achète 6 classeurs et un livre. Elle paie au total 27,60 €. Sachant que le prix du livre est 12 €, quel est le prix d'un classeur ?

① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

Soit p le prix d'un classeur (en euros)

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

Blandine a payé 27,60 € pour l'achat de 6 classeurs et un livre qui coûte 12 €.

$$\begin{array}{rclcl} \text{prix des 6 classeurs} & + & \text{prix du livre} & = & 27,60 \\ 6p & + & 12 & = & 27,60 \end{array}$$

③ 3^{ème} étape : RÉOLUTION DE L'ÉQUATION

$$\begin{array}{rclcl} 6p & + & 12 & = & 27,60 \\ 6p & & & = & 27,60 - 12 \\ & & 6p & = & 15,60 \\ & & p & = & \frac{15,60}{6} \end{array}$$

$$p = 2,60$$

Le prix d'un classeur est 2,60 €

④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

Blandine a-t-elle payé 27,60 € ?

$$\begin{array}{rclcl} \text{prix des 6 classeurs} & + & \text{prix du livre} & = & ? \\ 6 \times 2,60 & + & 12 & = & ? \\ 15,60 & + & 12 & = & 27,60 \end{array}$$

Blandine a effectivement payé 27,60 €.

Réponse : Le prix d'un classeur est donc 2,60 €.

Exercice 2 :

Le périmètre d'un terrain de football rectangulaire est 290 mètres.
Sa largeur mesure 45 mètres.
Calculer la longueur de ce terrain.



Exercice 3 :

Une famille arrive au restaurant. A la fin du repas, elle donne un billet de 50 € pour payer l'addition. Le serveur rend la monnaie soit 8,80 €. Sachant que le prix du repas revient à 10,30 € par personne, combien de personnes composent cette famille ?

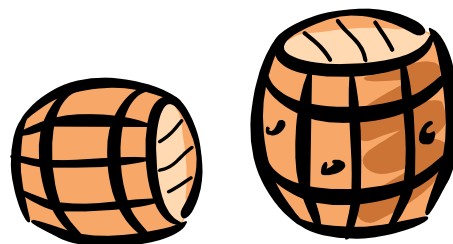
Exercice 4 :

La somme de trois nombres consécutifs est 75. Quels sont ces trois nombres ?

Rappel : des nombres consécutifs sont des nombres qui se suivent (exemple : 3 et 4).

Exercice 5 :

Un viticulteur dispose de deux modèles de tonneaux.
Le plus grand tonneau contient 75 litres de plus que le petit.
Avec 15 000 litres de vin ce viticulteur remplit exactement 50 grands tonneaux et 25 petits.
Calculer la capacité de chaque modèle de tonneau.



Exercice 6 :

Michel, Claire et Francis ont 101 ans à eux trois.
Michel et Claire ont le même âge ; Francis a 7 ans de moins que Michel.
Quel est l'âge de chacun ?

Exercice 7 :



Cinq personnes se partagent 90 €. Sachant que la deuxième a 3 € de plus que la première, que la troisième a 3 € de plus que la deuxième et ainsi de suite jusqu'à la cinquième, calculer la part de chaque personne.

Voir réponses pages suivantes

RÉPONSES

Exercice 2 :

Le périmètre d'un terrain de football rectangulaire est 290 mètres.

Sa largeur mesure 45 mètres.

Calculer la longueur de ce terrain.

① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

Soit L la longueur du terrain (en mètres)

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

Le périmètre d'un rectangle se calcule ainsi :

$$(\text{Longueur} + \text{largeur}) \times 2 = \text{Périmètre}$$

$$(L + 45) \times 2 = 290$$

③ 3^{ème} étape : RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION

$$(L + 45) \times 2 = 290$$

$$L + 45 = \frac{290}{2}$$

$$L + 45 = 145$$

$$L = 145 - 45 = 100$$

$$L = 100$$

La longueur de ce terrain est 100 mètres

④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

Le périmètre du terrain est-il 290 mètres ?

$$(\text{Longueur} + \text{largeur}) \times 2 = ?$$

$$(100 + 45) \times 2 = ?$$

$$(145) \times 2 = 290$$

Le périmètre du terrain est donc bien égal à 290 mètres.

Réponse : La longueur de ce terrain est donc 100 mètres

Exercice 3 :

Une famille arrive au restaurant. A la fin du repas, elle donne un billet de 50 € pour payer l'addition. Le serveur rend la monnaie soit 8,80 €. Sachant que le prix du repas revient à 10,30 € par personne, combien de personnes composent cette famille ?

① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

Soit n le nombre de personnes

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

Le montant de l'addition est : 50 - 8,80 soit 41,20 €.

Il correspond au coût de n repas à 10,30 € chacun.

$$n \quad x \quad 10,30 \quad = \quad 41,20$$

③ 3^{ème} étape : RÉOLUTION DE L'ÉQUATION

$$n \quad x \quad 10,30 \quad = \quad 41,20$$

$$n \quad = \quad \frac{41,20}{10,30}$$

$$n \quad = \quad 4$$

Le nombre de personnes de cette famille est 4

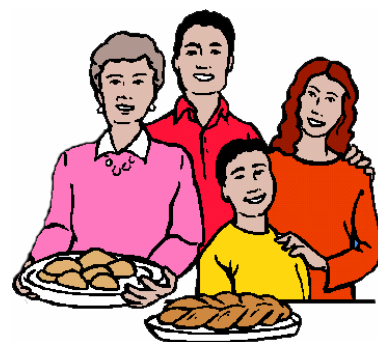
④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

Le montant de l'addition correspondant à ces 4 repas est-il égal à 41,20 € ?

$$4 \quad x \quad 10,30 \quad = \quad 41,20$$

Le montant de l'addition correspondant à ces 4 repas est donc bien égal à 41,20 €.

Réponse : Le nombre de personnes de cette famille est donc 4.



Exercice 4 :

La somme de trois nombres consécutifs est 75. Quels sont ces trois nombres ?

① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

Soit x le plus petit de ces nombres

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

Les 3 nombres consécutifs s'écrivent : x $x + 1$ $x + 2$

La somme de ces 3 nombres s'écrit : $x + x + 1 + x + 2 = 75$

③ 3^{ème} étape : RÉOLUTION DE L'ÉQUATION

$$\begin{aligned}x + x + 1 + x + 2 &= 75 \\3x + 3 &= 75 \\3x &= 75 - 3 \\3x &= 72 \\x &= \frac{72}{3}\end{aligned}$$

$$x = 24$$

Le plus petit des 3 nombres consécutifs est 24

④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

La somme de ces 3 nombres est-elle égale à 75 ?

$$x + x + 1 + x + 2 = ?$$

$$24 + 24 + 1 + 24 + 2 = ?$$

$$24 + 25 + 26 = 75$$

La somme de ces 3 nombres est donc 75.

Réponse : Les 3 nombres consécutifs sont : 24 ; 25 et 26.

Exercice 5 :

Un viticulteur dispose de deux modèles de tonneaux. Le plus grand tonneau contient 75 litres de plus que le petit. Avec 15 000 litres de vin ce viticulteur remplit exactement 50 grands tonneaux et 25 petits. Calculer la capacité de chaque modèle de tonneau.

① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

Soit c la capacité du petit tonneau (en litres) ;
la capacité du grand tonneau s'écrit donc : $c + 75$

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

50 grands tonneaux et 25 petits tonneaux contiennent ensemble 15 000 litres de vin.

$$50 \times (c + 75) + 25 \times c = 15\,000$$

③ 3^{ème} étape : RÉOLUTION DE L'ÉQUATION

$$\begin{array}{rclcl} 50 \times (c + 75) + 25 \times c & = & 15\,000 & & \\ 50c + 50 \times 75 & + & 25c & = & 15\,000 \\ 50c + 3\,750 & + & 25c & = & 15\,000 \\ 50c & + & 25c & = & 15\,000 - 3\,750 \\ & & 75c & = & 11\,250 \\ & & c & = & \frac{11\,250}{75} \end{array}$$

$$c = 150$$

La capacité du petit tonneau est 150 litres.
La capacité du grand tonneau est $150 + 75$ soit 225 litres.

④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

La capacité totale des 2 modèles de tonneaux est-elle de 15 000 litres ?

$$\begin{array}{rclcl} 50 \times (150 + 75) + 25 \times 150 & = & ? & & \\ 50 \times 225 + 3\,750 & = & ? & & \\ 11\,250 + 3\,750 & = & 15\,000 & & \end{array}$$

La capacité totale des 2 modèles de tonneaux est donc 15 000 litres.

D'où :

- la capacité du petit tonneau est 150 litres,
- la capacité du grand tonneau est 225 litres.

Exercice 6 :

Michel, Claire et Francis ont 101 ans à eux trois.

Michel et Claire ont le même âge ; Francis a 7 ans de moins que Michel.

Quel est l'âge de chacun ?

① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

Soit a l'âge de Michel ou celui de Claire ;
on notera alors $(a - 7)$ l'âge de Francis.

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

La somme de ces 3 âges s'écrit : $a + a + a - 7 = 101$

③ 3^{ème} étape : RÉOLUTION DE L'ÉQUATION

$$\begin{aligned} a + a + a - 7 &= 101 \\ 3a - 7 &= 101 \\ 3a &= 101 + 7 = 108 \\ a &= \frac{108}{3} \end{aligned}$$

$$a = 36$$

L'âge de Michel ou celui de Claire est 36 ans.

L'âge de Francis est $36 - 7$ soit 29 ans.

④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

La somme de ces 3 âges est-elle 101 ans ?

$$\begin{aligned} 36 + 36 + 36 - 7 &= ? \\ 72 + 29 &= 101 \end{aligned}$$

La somme de ces 3 âges est donc bien 101 ans.

D'où :

- L'âge de Michel ou celui de Claire est 36 ans.
- L'âge de Francis est 29 ans.

Exercice 7 :



Cinq personnes se partagent 90 €. Sachant que la deuxième a 3 € de plus que la première, que la troisième a 3 € de plus que la deuxième et ainsi de suite jusqu'à la cinquième, calculer la part de chaque personne.

① 1^{ère} étape : CHOIX DE L'INCONNUE

Si la part de la première personne s'écrit : s
alors la part de la deuxième personne s'écrit : $s + 3$
la part de la troisième personne s'écrit : $s + 3 + 3$ ou $s + 6$
la part de la quatrième personne s'écrit : $s + 6 + 3$ ou $s + 9$
la part de la cinquième personne s'écrit : $s + 9 + 3$ ou $s + 12$

② 2^{ème} étape : MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

La somme totale partagée s'écrit : $s + s + 3 + s + 6 + s + 9 + s + 12 = 90$

③ 3^{ème} étape : RÉOLUTION DE L'ÉQUATION

$$\begin{aligned} s + s + 3 + s + 6 + s + 9 + s + 12 &= 90 \\ 5s + 30 &= 90 \\ 5s &= 90 - 30 = 60 \\ s &= \frac{60}{5} \end{aligned}$$

$$s = 12$$

➤ La part de la première personne est donc 12 €
Alors ➤ la part de la deuxième personne est $12 + 3$ soit 15 €
➤ la part de la troisième personne est $15 + 3$ soit 18 €
➤ la part de la quatrième personne est $18 + 3$ soit 21 €
➤ la part de la cinquième personne est $21 + 3$ soit 24 €

④ 4^{ème} étape : VÉRIFICATION DES RÉSULTATS

La somme totale partagée est-elle 90 € ?

$$12 + 15 + 18 + 21 + 24 = 90$$

La somme totale partagée est bien 90 €.

Réponse :

- La part de la première personne est 12 €
- la part de la deuxième personne est 15 €
- la part de la troisième personne est 18 €
- la part de la quatrième personne est 21 €
- la part de la cinquième personne est 24 €



Fin