

Méthode de Mayer

Situation

Le lancer de poids

Dix adolescents droitiers s'exercent à lancer le poids, du bras droit puis du bras gauche.

Les résultats (distances en mètres) obtenus sont les suivants :

Adolescent	Bras droit	Bras gauche
1	5,5	4,1
2	7,1	6,2
3	5,8	4,0
4	6,4	5,5
5	6,0	4,9
6	6,2	4,7
7	7,2	6,0
8	5,6	4,9
9	6,8	5,0
10	5,6	3,9

Un adolescent qui lance à 6,5 m du bras droit peut espérer lancer à combien de mètres avec le bras gauche ?

Un adolescent lance le poids à 4,2 m du bras gauche. Quelle sera sa performance avec le bras droit ?

Méthode d'ajustement linéaire de Mayer

Johann Tobias MAYER, Astronome allemand (1723 -1762)

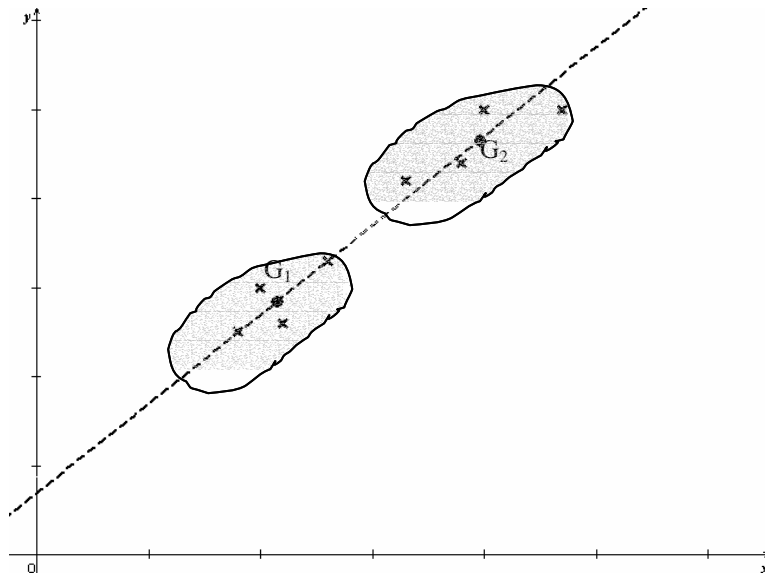
Il utilisa une méthode d'ajustement pour étudier la position d'un point sur la Lune et publia des tables de la Lune permettant aux navigateurs de faire le point à un demi-degré près

Principe de la méthode :

Elle consiste à partager un nuage de points rangés dans l'ordre croissant de leurs abscisses en deux sous groupes de même effectif.

Chacun des deux sous-groupes est alors remplacé par le point dont les coordonnées sont respectivement :

- en abscisse, la moyenne arithmétique des abscisses des points du sous-groupe.
- en ordonnée, la moyenne arithmétique des ordonnées des points du sous-groupe.



Par ces points que l'on nomme G_1 et G_2 passe une seule droite qui sera la droite d'ajustement.

On détermine l'équation de la droite à partir des coordonnées de ces deux points.

$$\left. \begin{array}{l} G_1 : y_1 = a x_1 + b \\ G_2 : y_2 = a x_2 + b \end{array} \right\}$$

a et b sont les inconnues que l'on cherche.

x_1 et y_1 sont les coordonnées du premier point (G_1)

x_2 et y_2 sont les coordonnées du deuxième point (G_2)

Plan de travail

On a vu dans le dossier « approche graphique » que les points s'organisaient autour d'une droite, on utilise la méthode décrite précédemment pour déterminer les coefficients a et b de cette droite.

Dans un premier temps on va prendre pour x la valeur du lancer du bras droit et pour y la valeur du lancer du bras gauche.

Ranger les données dans l'ordre croissant des x .

Faire la moyenne des 5 premières valeurs de x et la moyenne des 5 valeurs de y correspondantes.

Soit x_1 et y_1 ces deux moyennes.

Faire la moyenne des 5 dernières valeurs de x et des 5 valeurs de y correspondantes.

Soit x_2 et y_2 ces deux moyennes.

Placer sur le graphique les points G_1 de coordonnées $(x_1 ; y_1)$ et G_2 de coordonnées $(x_2 ; y_2)$.

Trouver l'équation de la droite passant par ces deux points.

Cette équation vous permettra d'estimer la valeur du lancer du bras gauche connaissant la valeur du lancer du bras droit et inversement.

Recommencer en prenant comme valeurs de x les lancers du bras gauche et comme valeurs de y les lancers du bras droit.

Attention de bien faire le tri selon les valeurs croissantes de x .

Les résultats sont-ils sensiblement différents ?

Corrigé

On prend comme valeurs de x les lancers du bras droit.

Tableau des valeurs rangées par ordre croissant des x

droit	gauche
x_i	y_i
5,5	4,1
5,6	4,9
5,6	3,9
5,8	4,0
6,0	4,9
6,2	4,7
6,4	5,5
6,8	5,0
7,1	6,2
7,2	6,0

Le point G_1 a comme coordonnées :

$$x_1 = 5,70$$

$$y_1 = 4,36$$

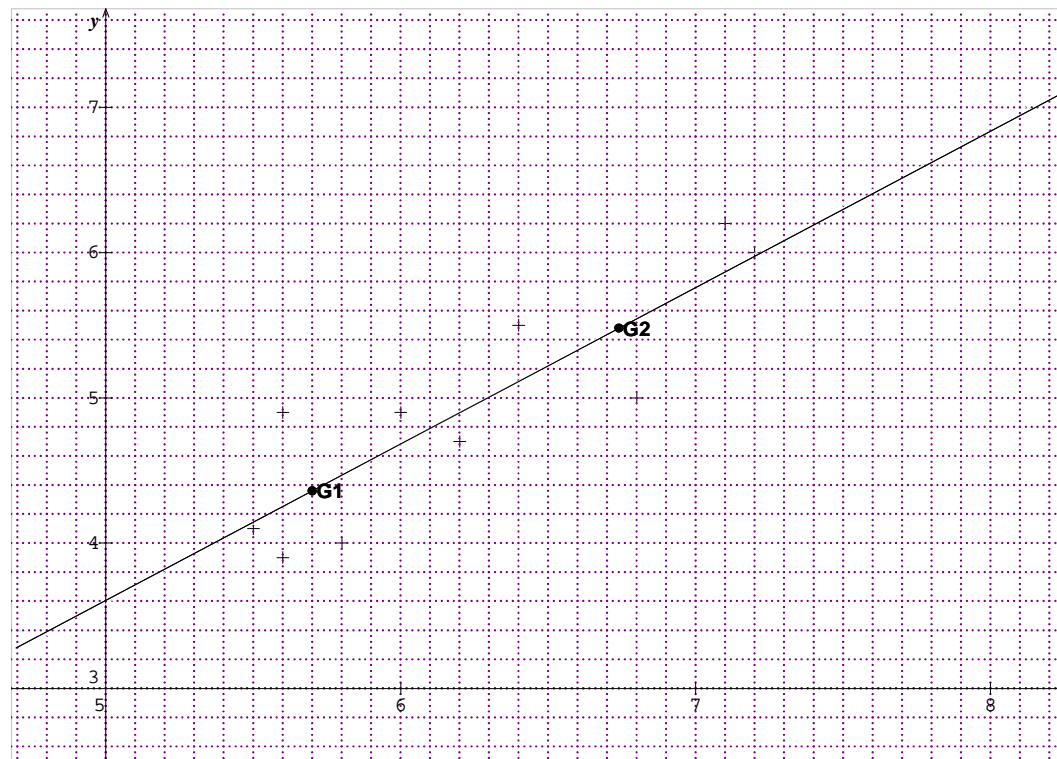
Le point G_2 a comme coordonnées :

$$x_2 = 6,74$$

$$y_2 = 5,48$$

L'équation de la droite passant par les points G_1 et G_2 est :

$$\underline{\underline{y = 1,077 x - 1,778}}$$



En remplaçant x par 6,5 dans cette équation on trouve $y \approx 5,22$

En remplaçant y par 4,20 dans cette équation on trouve $x \approx 5,55$

Un adolescent qui lance à 6,5 m du bras droit peut espérer lancer à 5,22 m avec le bras gauche.

Un adolescent qui lance le poids à 4,20 m du bras gauche pourra espérer une performance de 5,55 m avec le bras droit.

On prend comme valeurs de x les lancers du bras gauche.

Tableau des valeurs rangées par ordre croissant des x

gauche	droit
x_i	y_i
3,9	5,6
4	5,8
4,1	5,5
4,7	6,2
4,9	5,6
4,9	6
5	6,8
5,5	6,4
6	7,2
6,2	7,1

Le point G_1 a comme coordonnées :

$$x_1 = 4,32$$

$$y_1 = 5,74$$

Le point G_2 a comme coordonnées :

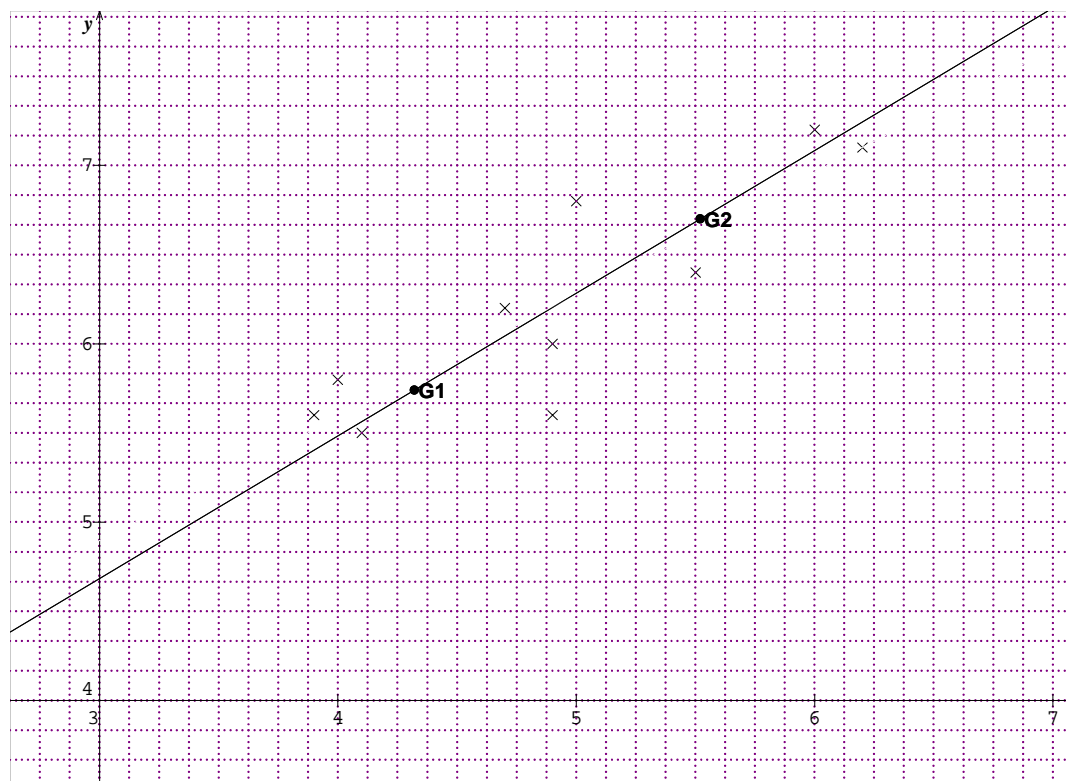
$$x_2 = 5,52$$

$$y_2 = 6,70$$

L'équation de la droite passant par les points

G_1 et G_2 est :

$$\mathbf{y = 0,8 x + 2,284}$$



En remplaçant y par 6,50 dans cette équation on trouve $x \approx 5,27$

En remplaçant x par 4,20 dans cette équation on trouve $y \approx 5,64$

Un adolescent qui lance à 6,50 m du bras droit peut espérer lancer à environ 5,27 m avec le bras gauche.

Un adolescent qui lance le poids à 4,20m du bras gauche pourra espérer une performance d'à peu près 5,64m avec le bras droit.

Les résultats trouvés en utilisant les deux équations sont assez proches, ce qui justifie l'ajustement linéaire.

Dans le cas des droitiers, il est logique de déterminer le lancer du bras gauche en fonction du lancer du bras droit : on utilisera la première équation plutôt que la seconde.

Cette méthode est simple et efficace, et ajuste assez bien le nuage de points. Mais il existe une autre méthode qui minimise la distance des points à la droite et qui, de ce fait, donne un meilleur ajustement.

Cette méthode dite des moindres carrés est étudiée dans un dossier qui fait suite à celui-ci.

NB : Vérifier que les deux droites passent par le point G de coordonnées \bar{x} et \bar{y} qui sont respectivement les moyennes de l'ensemble des lancers du bras droit et de l'ensemble des lancers du bras gauche.

Ce point G s'appelle le centre de gravité du nuage de points.